

УДК 004.942: 504.4.054
DOI: 10.37890/jwt.vi71.266

Особенности численного моделирования речных потоков при анализе последствий аварий судов

И.В. Липатов¹

ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-8770-0522>

О.Л. Домнина¹

ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-9098-313X>

Д.А. Бандин¹

ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-2952-4882>

¹*Волжский государственный университет водного транспорта», г. Нижний Новгород, Россия*

Аннотация. Следствием аварий с судами может быть попадание грузов и топлива в речное русло. Для прогнозирования последствий таких аварий в отдельных случаях (наличии особо охраняемых территорий, близость водозаборных сооружений и др.) необходимо учитывать гидроморфологические особенности речного русла. Одним из этапов такого учета является численное моделирование речного потока. В данной работе авторами проведен анализ особенностей такого моделирования. Для этого была составлена схема исследований, выбран математический аппарат, выбран речной участок, на примере которого авторы изучили особенности процесса моделирования. Кроме того, на основе сравнения различных подходов к моделированию процесса турбулентности сделан вывод о предпочтительности для участков с наличием затонских емкостей, застойных зон и отрывных течений моделировать не диссипацию турбулентной энергии, а удельную кинетическую энергию турбулентности. Она более корректно воспроизводит структуру потока, ускоряет процесс расчетов и дает лучшую сходимость решений. Результаты, полученные в данной работе, могут быть использованы для анализа влияния особенностей речного потока на распространение загрязнений при авариях судов.

Ключевые слова: моделирование речных потоков; генерации расчетной сетки; математические модели; поля турбулентности

Peculiarities of numerical simulation of river flows in analyzing the consequences of ship accidents

Igor V. Lipatov¹

ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-8770-0522>

Olga L. Domnina¹

ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-9098-313X>

Denis A. Bandin¹

ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-2952-4882>

¹*Volga State University of Water Transport, Nizhny Novgorod, Russia*

Abstract. The consequence of accidents with ships may be the ingress of cargo and fuel into the riverbed. To predict the consequences of such accidents in some cases (the presence of specially protected areas, the proximity of water intake facilities, etc.), it is necessary to take into account the hydromorphological features of the riverbed. One of the stages of such accounting is numerical modeling of river flow. In this paper, the authors have analyzed the features of such modeling. For this purpose, a research scheme was drawn up, a mathematical apparatus was selected, a river section was selected. On this example the authors have studied the features of the modeling process. In addition, based on a comparison

of different approaches to modeling the turbulence process, it is concluded that it is preferable for sites with the presence of backwater tanks, stagnant zones and breakaway flows to model not the dissipation of turbulent energy, but the specific kinetic energy of turbulence. It reproduces the flow structure more correctly, speeds up the calculation process and gives better convergence of solutions. The results obtained in this work can be used to analyze the influence of river flow characteristics on the spread of pollution in ship accidents.

Keywords: modeling of river flows; generation of computational grid; mathematical models; turbulence fields.

Введение

Анализ динамики объемов перевозок грузов на внутренних водных путях России (далее ВВП) за 2019-2021 года показал наличие тенденции его незначительного роста [1]. В дальнейшем прогнозируется дальнейший рост объемов перевозок. Такой оптимистичный прогноз связан, с одной стороны, с запланированной реализацией мероприятий по ликвидации лимитирующих участков (строительством Багаевского гидроузла, реконструкциями судоходных шлюзов Городецкого гидроузла, созданием судоходного канала от Городца до Нижнего Новгорода) и лимитирующих условий судоходства на ВВП (организация круглогодичной навигации на ВВП южной части России) [1, 2, 3]. С другой стороны, в рамках Транспортной стратегии и концепции Федерального проекта «Внутренние водные пути», рассматривается вопрос контроля Минтрансом РФ транспортного баланса между различными видами транспорта, переориентация части грузов с автомобильных и железных дорог на внутренние водные пути.

Начало спецоперации на Украине и необходимость перестроения логистических потоков грузов России также может привести к росту объема перевозок грузов по ВВП [4].

Вместе с тем, увеличение грузопотоков может привести и к росту аварий с судами. Их следствием может быть попадание грузов и топлива в речное русло. Для прогнозирования последствий таких аварий и разработке мероприятий по защите от загрязнения с учетом таких внешних факторов, как гидроморфологические особенности речного русла, используется численное моделирование. Особенно важно учитывать эти особенности при разработке мероприятий по защите водозаборных сооружений, особо охраняемых территорий, в районе расположения атомных электростанций и других случаях [5].

Данная работа является частью уже выполненных исследований авторов [6], за рамкой которых оказался не описанным вопрос особенностей численного моделирования речных потоков. На результатах этого моделирования возможно уже определение шлейфов распространения загрязнений в результате аварий.

Теоретические обоснования использования математического аппарата уже были рассмотрены в работах [6, 7, 8]. Но за пределами данных работ оказался вопрос исследования схемы реализации CAD/CAE вычислительной технологии.

Таким образом, целью данной работы является исследование особенностей математического моделирования речных потоков.

Для достижения этой цели авторами были сформулированы следующие задачи:

- обоснование выбора участка для моделирования;
- разработка схемы исследования особенностей математического моделирования речных потоков с использованием CAD/CAE вычислительной технологии;
- выбор математического аппарата для процесса моделирования;

- моделирование речных потоков выбранного участка с помощью CAD/CAE вычислительной технологии;
- анализ полученных результатов.

Материалы и методы

Схема исследования речного участка показана на рис. 1.



Рис. 1. Схема реализации CAD/CAE вычислительной технологии

Для описания математической модели была использована система гидродинамических уравнений Навье-Стокса, дополненная уравнением неразрывности [7, 9]. Неизвестными в этой системе становятся значения функции, описывающие кинематическую структуру потока, действующие в центре каждого контрольного объема сообразно разбивки расчетной контрольно-объемной сетке. Граничные и начальные условия для моделей речного русла представлены в работах [7, 8, 9].

С учетом существующего парка программных продуктов для реализации CAD/CAE математического моделирования наиболее сложными на практике остаются этапы генерации расчетной сетки и подбор математических моделей описания поля турбулентности в речном потоке. Поэтому именно этим аспектам и посвящено данное исследование.

В соответствии с существующими подходами используются два технологических подхода к генерации расчетной сетки. Первый базируется на Евклидовом подходе. Он включает в себя последовательное формирование геометрического образа на основе опорных точек. Затем точки соединяются в линии. Линии формируют поверхности, а уже поверхности складываются в объемные фигуры и формируют пространственный образ предмета. Второй подход к формированию геометрии образа базируется на Булевой алгебре. Взяв за основу любой трехмерный объект, мы последовательно отсекаем от него лишние детали, пока не получим нужный нам образ. Образно этот подход был описан великим скульптором Микеланджело Буонарроти. На вопрос зрителя о том, как он создает свои великие творения, маэстро ответил: «Да нет ничего проще, берешь подходящую по размерам глыбу и отсекаешь некоторые лишние

детали... » [10]. Математически эти операции были формализованы английским математиком Джоном Булем, в результате чего подход и получили свое название.

Евклидов подход на практике реализуется на основе блочной концепции. Задавшись восемью опорными точками, пространство описывают в виде блока, задаваемого в соответствии с концепцией. Но на практике приходится реализовывать многоблочный подход, и разбивка сетки выполняется в два этапа [9, 11]. На первом этапе расчетная область разбивается на несколько блоков. На втором этапе для каждого полученного блока строится сетка. В зависимости от того генерируется регулярная или нерегулярная сетка, либо они состыковываются точно по поверхностям раздела, либо не состыковываются.

При состыковке блоков используется технология иерархических блочных структур (когда нижестоящие по иерархии сетки погружаются в вышестоящие) [7]. При этом использование иерархических блочных структур подразумевает локальное изменение сетки в отдельных областях.

Практика использования Евклидова подхода к решению задач речной гидродинамики показала ее нежизнеспособность. В первую очередь это связано с тем, что живые сечения речного потока тяжело сводятся к четырем узловым плоскостям. Помимо этого, геометрия речного русла формируется специфическими мезаформами (перекат, седловина, терраса и т.д.) и практически не аппроксимируются простейшими геометрическими плоскостями. Дальнейшее изучение вопроса формирования расчетных сеток для моделирования речных русел потребовало пересмотра подхода к формированию сеточных моделей в сторону Булевого подхода на основе твердотельных геометрических моделей.

Анализ источников показал, что для генерации расчетных сеток в границе замкнутого твердого геометрического тела лучше всего использовать метод «фронтального продвижения» [11]. Этот метод предполагает выполнение генерации сетки в следующей последовательности:

1. Импорт геометрии и подготовка поверхности.
2. Создание поверхности.
3. Создание поверхностной сетки.
4. Создание внутренней объемной сетки.
5. Экструзия слоев и окончательная сборка всей сетки.

Далее для практической реализации математического моделирования речных потоков необходим выбор математической модели для описания турбулентных эффектов в потоке жидкости.

Здесь были использованы так называемые $k - \varepsilon$ и $k - \omega$ подходы к моделированию турбулентности.

В соответствии с $k - \varepsilon$ подходом коэффициент турбулентной вязкости (коэффициент турбулентного обмена) определялся по формуле:

$$\nu_T = c_\rho \cdot \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (1)$$

где k – кинетическая энергия турбулентности,

ε – коэффициент диссипации турбулентной кинетической энергии.

c_ρ – кинетическая энергия турбулентности,

Кинетическая энергия турбулентности и ее диссипация (рассеивание) в потоке являются основными количественными характеристиками турбулизации речного потока, так как напрямую связаны с турбулентными касательными напряжениями в

потоке. Для их численного определения возникает необходимость в дополнении системы уравнений Навье-Стокса группой уравнений, описывающих значения k и ε в области потока. В частности, такой подход позволяет по отдельности считать турбулентность в ядре потока, где она полностью развивается. Параллельно с этим для пристеночных областей, в случае необходимости, использовать соответствующие переходные законы-функции пристеночных переходов. Эти функции, несмотря на свою простоту, достаточно надежно обеспечивают устойчивость расчетной процедуры и получение достоверного результата.

Дополнительно авторами также был рассмотрен и $k - \omega$ подход. Обе эти модели весьма близки друг к другу. Только в первом случае определяется диссипация кинетической энергии потока, а во втором удельная кинетическая энергия турбулентности. Величина турбулентной вязкости для $k - \omega$ модели определяется по формуле аналогичной формуле (1), с той лишь разницей, что вместо диссипации кинетической энергии используется удельная кинетическая энергия турбулентности и соответствующая константа турбулентности.

По сути, во втором подходе к моделированию турбулентности мы от реальных величин переходим к их безразмерной нормировке. В результате функция турбулентного поля становится более плавной и позволяет более устойчиво прописывать поведение потока при изгибах, на поворотах и существенных искривлениях оси потока за счет более точного описания завихренностей и циркуляций в потоке. Таким образом, в случае наличия в потоке большого количества вихрей различного масштаба и ориентации, $k - \omega$ модель более плавно и, как результат, более физично, воспроизводит кинематическую структуру потока. Наиболее популярный вариант $k - \omega$ модели турбулентности формулируется следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(pk) + \frac{\partial}{\partial x_i}(pk u_i) &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + G_k - Y_k + S_k \\ \frac{\partial}{\partial t}(p\omega) + \frac{\partial}{\partial x_i}(p\omega u_i) &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_\omega \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) + G_\omega - Y_\omega + S_\omega \end{aligned} \quad (2)$$

где: G_k - генерация кинетической энергии турбулентности осредненным течением;

G_ω - генерация удельной диссипации кинетической энергии турбулентности;

Γ_k, Γ_ω - эффективная диффузия для k и ω , соответственно;

Y_k, Y_ω - диссипацию k и ω под воздействием турбулентности,

S_k, S_ω - источниковые члены, определяемые пользователем.

Для изучения особенностей моделирования речных потоков на основе выполненных ранее работ [5, 6] был выбран участок 894 - 900 км в районе Нижнего Новгорода. Выбор участка был сделан исходя из следующих обстоятельств:

- он относится к группе повышенного риска исходя из статистических данных за 2007-2018 годы;
- имеет характерные проявления активных турбулентных процессов (устойчивый звуковой фон, активный русловой процесс, переменные боковые и донные деформации, активные турбулентные зоны с вертикальной осью вращения, появляющиеся и исчезающие боковые области локальной циркуляции потока).

Результаты

На этапе импорта исходной твердотелой CAD геометрии (рис.2) в САЕ пакет происходит подготовка внешней поверхности к созданию сетки. В это время добиваются, чтобы она вся состояла из равнобедренных треугольных элементов с одновременным упором на сохранение соотношений размеров сторон будущих элементов (рис.3).

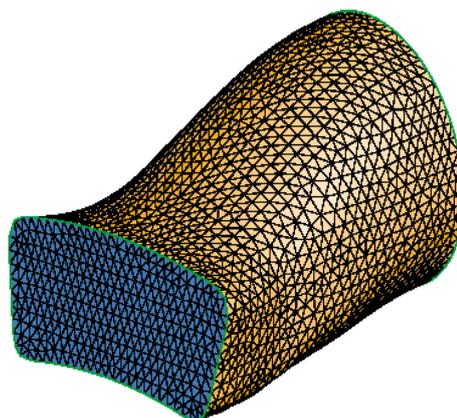


Рис. 2. Импортированная (исходная) поверхность расчетной области

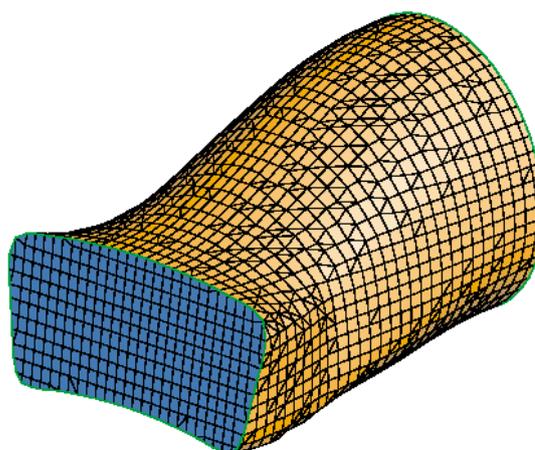


Рис. 3. Созданная поверхность расчетной области с линейными ячейкам.

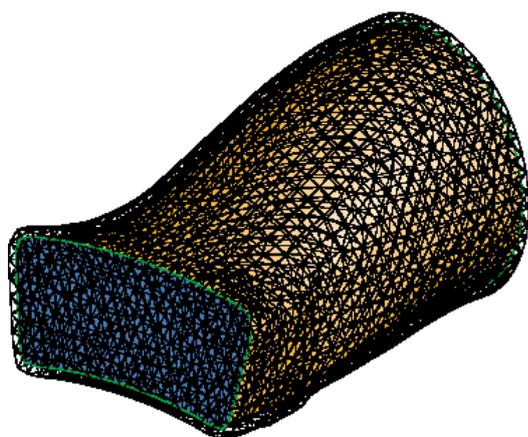


Рис. 4. Новая поверхность после выглаживания

При создании поверхностной сетки (рис.3) было выполнено моделирование пристеночных турбулентных зон в случае необходимости. Для этого была зарезервирована пристеночная область для дальнейшего заполнения специальными элементами, вытянутыми вдоль контура поверхности. Контур этой области описывались с помощью внешней поверхности и внутренней под поверхности (рис. 5).

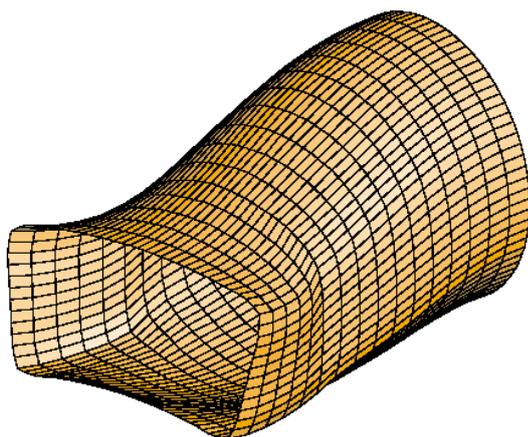


Рис. 5. Комбинирование исходной и экструдированной под поверхности

В процессе генерации расчетных ячеек в основной расчетной области с помощью моделирования была сформирована ортонормируемая сетка высокого качества. Для этого все ячейки, выходящие за границу расчетной области, были выявлены и уничтожены. Для повторения оставшимся ячейками формы расчетной области, все ячейки, которые частично входят в расчетную область и частично вылетают за ее контур, были проецированы по нормали на выглаженные поверхности (рис.6).

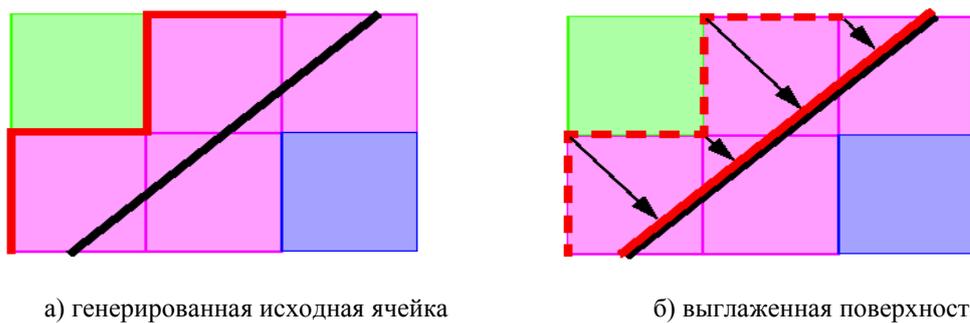


Рис. 6. Выглаживание расчетной области в районе границы поверхности

На последнем этапе обратного экструдирования ячеек внутренней поверхности сетки в соответствии с параметрами исходной сетки происходит формирование расположенных послойно наборов ячеек в непосредственной близости от поверхности стенки. Для этого между внутренней сеткой и поверхностью используются прямые линии (см. рис. 7).

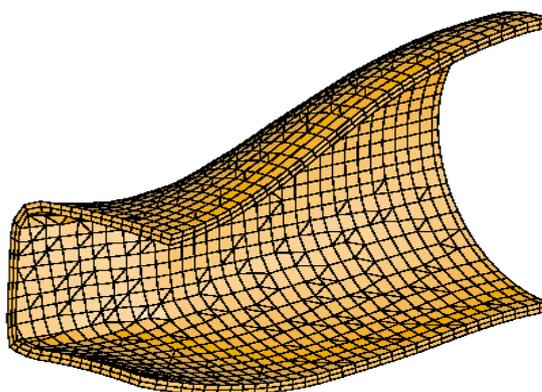


Рис. 7. Экструдирование слоя для объемной сетки

Результаты работы двух последних этапов объединяются и на выходе получается расчетная сетка Γ для выполнения расчета (см. рис. 8).

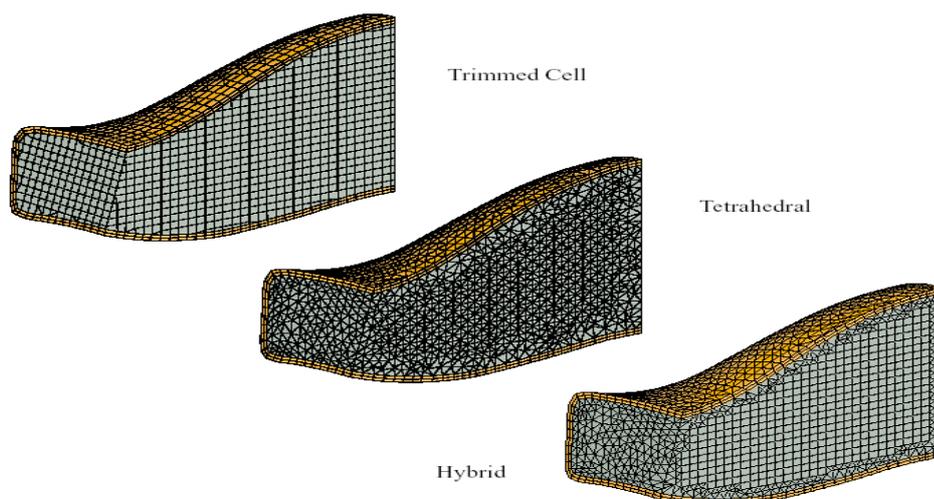
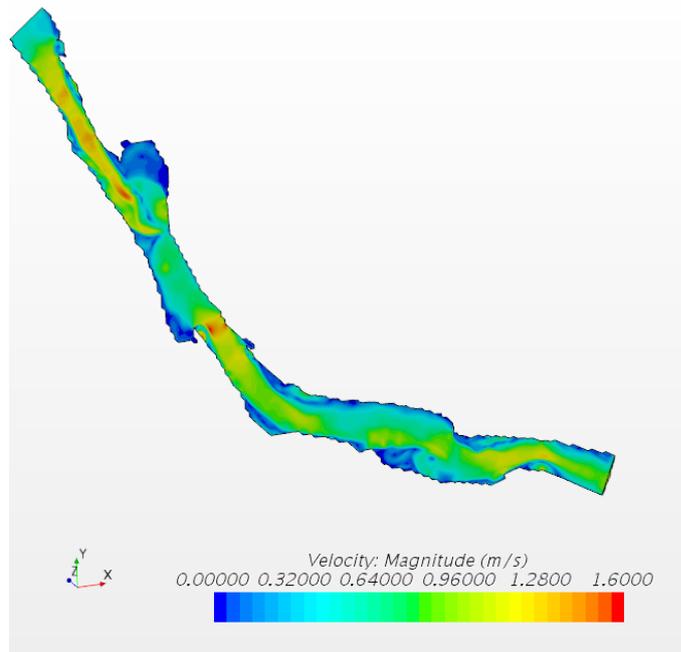


Рис. 8. Объединение объемной и экструдированной сетки

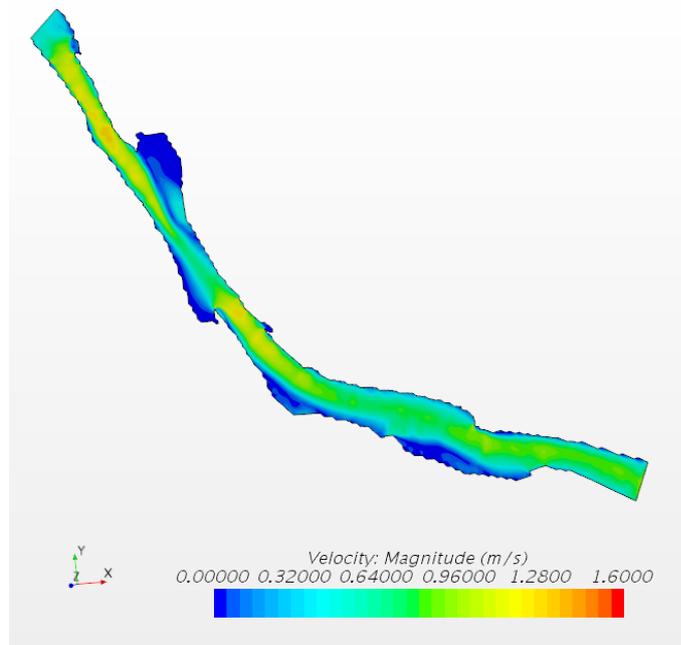
Несмотря на громоздкость алгоритма реализации расчетной процедуры, последний характеризуется высокой устойчивостью и надежностью, что будет показано на конкретном примере моделирования участка реки.

Анализ различий при использовании различных гипотез турбулентности иллюстрирует рис. 10. В качестве испытательного используются три Ревяжских переката расположенные выше по течению от Борского моста, в черте города Нижнего Новгорода.

Как видно из рис.9, качественные особенности структуры потока при различных математических моделях турбулентности неизменны. Различия проявляются в количественных параметрах скоростей течения. В обоих случаях наблюдаются экстремумы скоростей течения в границах Верхнего, Среднего- и Нижнего Ревяжских перекатов. Но в случае использования $k - \varepsilon$ гипотезы турбулентности максимумы скоростей несколько выше. Как уже ранее говорилось, это связано с тем, что $k - \varepsilon$ гипотеза турбулентности оперирует со скоростью диссипации турбулентной энергии, а $k - \omega$ модель турбулентности с удельной диссипацией турбулентной энергии. В результате последняя более тщательно просчитывает циркуляционные составляющие скоростей потока и в окончательном решении поток получает более плавные переходы в турбулентных зонах, что более похоже на наблюдаемую в природе картину.



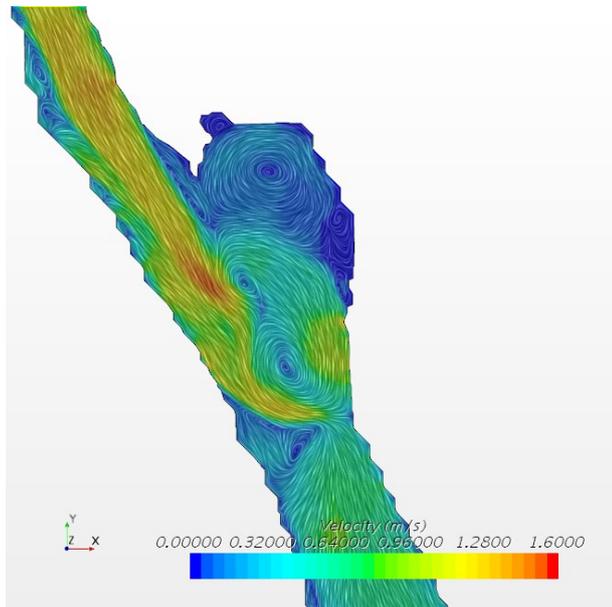
а) $k - \epsilon$ гипотеза турбулентности



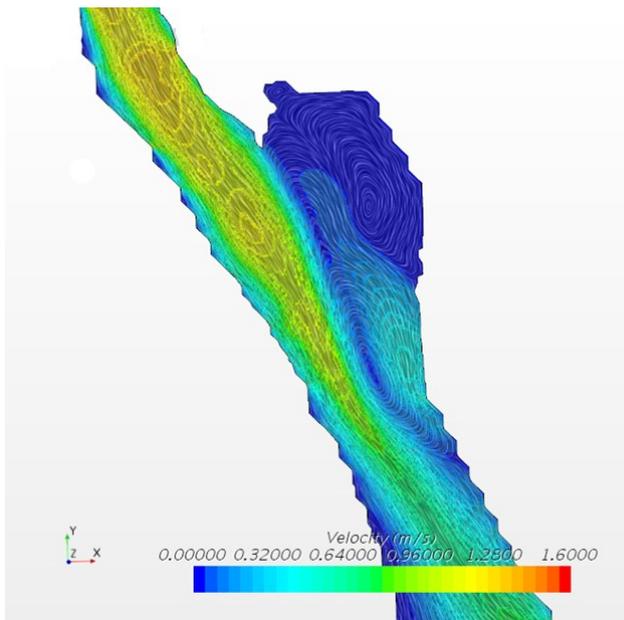
б) $k - \omega$ гипотеза турбулентности

Рис. 9. Поверхностные скорости речного потока при использовании различных гипотез турбулентности

Для более дискретного изучения структуры потока на рис. 10 представлены структуры потока в районе затонской емкости верхнего переката.



а) $k - \epsilon$ гипотеза турбулентности



б) $k - \omega$ гипотеза турбулентности

Рис. 10. Кинематическая структура потока в затонской емкости в окрестности Верхнего Ревякского переката

В случае использования $k - \varepsilon$ гипотезы турбулентности как в русле, так и в затонской емкости наблюдается большое количество турбулентных вихрей. Причем, один из вихрей на выходе из Верхнего Ревяцкого переката сжимает почти половину живого сечения речного потока. Корректность такого решения вызывает большое сомнение. Альтернативный вариант с $k - \omega$ моделью турбулентности воспроизводит поток более плавно, и в затонской емкости выделяется меньшее количество вертикальных вихрей. Причем по всей длине потока сохраняется классическая эпюра скоростей как по свободной поверхности, так и по глубине.

Обсуждение

Традиционно, при реализации CAD/CAE вычислительных технологий математического моделирования гидродинамических процессов, наиболее сложным этапом является разбивка расчетной сетки. Применительно к задачам речной гидродинамики эта процедура осложняется тем, что реки имеют вытянутый линейный размер (по оси течения), и квазиовальный контур по живому сечению реки. Последнее является следствием того, что контур живого сечения реки формируется горизонтальной линией свободной поверхности воды и крайне распластанным, квазипараболическим контуром донной поверхности. Причем из-за специфики топологии урезной зоны реки угол между этими двумя линиями часто вырождается в очень острый угол. Таким образом, даже в случае применения иерархических структур, разбить качественную сетку в рамках Евклидовой геометрии через блоки не представляется возможным.

Намного лучше обстоят дела в случае применения Булевого подхода. Как показала практика авторов статьи, метод фронтального продвижения позволяет генерировать достаточно качественные расчетные сетки для реализации процедуры математического моделирования речного потока, и проводить исследования последствий техногенных аварий на реках на принципиально ином уровне.

Второй существенной проблемой при моделировании речных потоков является “замыкание” системы уравнений Навье-Стокса с целью корректного учета турбулентности в речном потоке. При учете турбулентности в речном потоке работа с $k - \varepsilon$ или $k - \omega$ аналитической гипотезой более удобна чем прямой учет касательных турбулентных напряжений, так как позволяет существенно упростить натурные измерения и избавиться от ряда математических сложностей при численной реализации вычислительной процедуры. Но моделирование речного потока с помощью $k - \varepsilon$ подхода имеет существенный недостаток, связанный с тем, что он не всегда корректно воспроизводит крупные вертикальные вихри. Если при моделировании прямолинейных участков этот недостаток не критичен, то при моделировании затонских емкостей, застойных зон и отрывных течений качественные показатели кинематической структуры потока речного потока начинают существенно разниться с натурными данными.

На основании выполненных расчетов можно сделать вывод о том, что в случае присутствия в потоке большого числа вихрей разновекторной направленности предпочтительнее моделировать не диссипацию турбулентной энергии, а удельную кинетическую энергию турбулентности, то есть использовать $k - \omega$ модель турбулентности. Помимо того, что она более корректно воспроизводит структуру потока, расчетная процедура является более устойчивой и сходимость решения (получение окончательного решения) выполняется быстрее.

Заключение

Таким образом, авторами в данной работе были получены следующие результаты:

- показана возможность применения вычислительных технологий CAD/CAE для исследования особенностей математического моделирования речных потоков ;
- разработана схема математического моделирования речных потоков с использованием CAD/CAE вычислительной технологии;
- выбран математический аппарат для процесса моделирования;
- обоснован участок для моделирования речных потоков;
- сгенерирована сетки выбранного речного участка;
- выявлены особенности моделирование речных потоков выбранного участка с помощью различных гипотез турбулентности и выявлена.

Проведенный анализ может быть полезен при разработке комплексной автоматизированной системы определения экологического ущерба при авариях судов на ВВП и при разработке защитных мероприятий для снижения размеров экологического вреда, что и будет являться предметом дальнейших исследований авторов.

Список литературы

1. Андрей Лаврищев "Навигация 2022 года ожидается непростой"/>https://www.korabel.ru/news/comments/glava_rossmorrechflota_navigaciya_2022_goda_ozhidaetsya_neprosto.html (дата обращения 02.05.2022)
2. О Транспортной стратегии Российской Федерации до 2030 года с прогнозом на период до 2035 года / Распоряжение Правительства РФ от 27 ноября 2021 г. № 3363-р.
3. Инфраструктурные проекты на внутреннем водном транспорте// https://morflot.gov.ru/deyatelnost/rechnoy_flot/infrastrukturnye_proekty_na_vnutrennem_vodnom_transporte.html (дата обращения 02.05.2022)
4. Эксперты спрогнозировали срок восстановления грузоперевозок в России// <https://iz.ru/1325102/2022-04-23/eksperty-sprognozirovali-srok-vozstanovleniia-gruzoperevozok-v-rossii> (дата обращения 02.05.2022)
5. Домнина О.Л. Оценка риска экологических последствий от транспортных происшествий с сухогрузными судами на примере Волжского бассейна// Морские интеллектуальные технологии. 2022. Т. 1. №1 (55).С.187-193
6. Домнина О.Л., Липатов И.В., Влияние гидроморфологических особенностей речного русла на характер распределения шлейфа загрязнения нефтью при авариях судов, Морские интеллектуальные технологии. 2022. Т.1. N 2 (56). С. 151-160
7. Липатов И.В. Гидродинамика речных потоков и ее влияние на эксплуатационные параметры судоходных гидротехнических сооружений. - Н.Новгород: Изд-во ФГОУ ВПО ВГАВТ, 2006. – 96 с.
8. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости / Пер. с англ. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 152 с.
9. Sajid Zaman; Khan Faisal; Veitch Brian Dynamic ecological risk modelling of hydrocarbon release scenarios in Arctic waters, Marine pollution bulletin, Volume 153. p.111001; (2020) doi:10.1016/j.marpolbul.2020.111001
10. Цитаты известных личностей// <https://ru.citaty.net/tsitaty/457936-mikelandzhelobuonarroti-ia-beru-kamen-i-otsekaiu-vsio-lishnee/>
11. Шмакова М.В. Гидравлические сопротивления в математическом моделировании речных потоков. Ученые записки Российского государственного гидрометеорологического университета. 2015. № 40. С. 46-54.

References

1. Andrey Lavrishchev "Navigation in 2022 is expected to be difficult"//https://www.korabel.ru/news/comments/glava_rosmorrechflota_navigaciya_2022_goda_ozhidaetsya_neprosto.html
2. On the Transport Strategy of the Russian Federation until 2030 with a forecast for the period until 2035 / Decree of the Government of the Russian Federation of November 27, 2021 No. 3363-р.
3. Infrastructure projects in inland water transport// https://morflot.gov.ru/deyatelnost/rechnoy_flot/infrastrukturnyie_proektyi_na_vnutrennem_vodnom_transporte.html (Accessed 02.05.2022)
4. Experts predicted the period for the restoration of cargo transportation in Russia
5. Olga L. Domnina, Risk Assessment of Environmental Consequences from Transport Accidents with Dry Cargo Vessels on the Example of the Volga Basin. Marine intellectual technologies. 2022. № 1 (55) V.1. pp. 187-193
6. Olga L. Domnina, Igor V. Lipatov, The Influence of Hydromorphological Features of the River Channel on the Distribution of the Oil Pollution Plume during Ship Accidents, Marine intellectual technologies. 2022. Part.1, № 2 (56). pp. 151-160.
7. Lipatov I.V. Hydrodynamics of river flows and its influence on the operational parameters of navigable hydraulic structures. - N.Novgorod: Publishing House of FGOU VPO VГАVТ, 2006. - 96 p.
8. Patankar S. Numerical methods for solving problems of heat transfer and fluid dynamics / Per. from English. – М.: Energoatomizdat, 1984. – 152 p.
9. Sajid Zaman Khan Faisal; Veitch Brian Dynamic ecological risk modeling of hydrocarbon release scenarios in Arctic waters, Marine pollution bulletin, Volume 153. p.111001; (2020) doi:10.1016/j.marpolbul.2020.111001
10. Quotes of famous personalities// <https://ru.citaty.net/tsitaty/457936-mikelandzhelo-buonarroti-ia-beru-kamen-i-otsekaiu-vsio-lishnee/>
11. Shmakova M.V. Hydraulic resistance in mathematical modeling of river flows. Scientific notes of the Russian State Hydrometeorological University. 2015. No. 40. S. 46-54.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ / INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Липатов Игорь Викторович, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры водных путей и гидросооружений, Волжский государственный университет водного транспорта, 603950, Н.Новгород, ул. Нестерова, 5, e-mail: i_lipatov@mail.ru

Домнина Ольга Леонидовна, кандидат технических наук, доцент, ученый секретарь, Волжский государственный университет водного транспорта, 603950, Н.Новгород, ул. Нестерова, 5, e-mail: o-domnina@yandex.ru

Бандин Денис Алексеевич, магистрант, Волжский государственный университет водного транспорта, 603950, Н.Новгород, ул. Нестерова, 5, e-mail: kaf_vpgs@vsuwt.ru

Igor V. Lipatov, Dr. Sci. (Eng), Professor, Professor of the Department of Waterways and Hydraulic Structures, Volga State University of Water Transport, 603950, N. Novgorod, Nesterova str., 5, e-mail: i_lipatov@mail.ru

Olga L. Domnina, Ph.D.(Eng), assistant professor, Scientific Secretary, Volga State University of Water Transport, Nesterovast., 5, N. Novgorod, 603950, Russian Federation, e-mail: o-domnina@yandex.ru

Denis A. Bandin, undergraduate, Volga State University of Water Transport, Nesterovast., 5, N. Novgorod, 603950, Russian Federation, e-mail: kaf_vpgs@vsuwt.ru

Статья поступила в редакцию 04.05.2022; опубликована онлайн 07.06.2022.
Received 04.05.2022; published online 07.06.2022.