УДК 656.62.052.4
DOI: 10.37890/jwt.v83.597

# Математическое моделирование процесса перевода судна с поворота заданного радиуса на прямолинейную траекторию

**В.И. Тихонов**
*ORCID: 0000-0002-3147-0668*
**Ю.В. Бажанкин**
*ORCID: 0000-0001 -8720-218X*
**И.М. Осокин**
*ORCID: 0000-0002-5988-6745*
**В.А. Лобанов**
*ORCID: 0000-0002-0931-7317*
*Волжский государственный университет водного транспорта, г. Нижний Новгород, Россия*

**Аннотация.** Данная статья описывает математическую модель неустановившегося криволинейного движения судна на повороте реки. Основными компонентами модели являются безразмерные угловая и линейная скорости, угол дрейфа по центру масс судна, курс, продольное и поперечное смещение центра масс судна, угол крена. Предлагаемая математическая модель в сочетании с алгоритмом управления позволяют получить следующие параметры: угол перекладки рулевого органа на установившейся циркуляции (повороте), угол упреждения начала маневрирования, угол перекладки рулевого органа в сторону противоположную повороту, при необходимости время задержки руля на борту и угол одерживания. Эти параметры необходимы для перевода судна с криволинейной траектории заданного радиуса на прямолинейный участок пути. До начала расчётов с использованием предлагаемой модели и алгоритма управления подсчитываются параметры движения судна на установившейся циркуляции (повороте). К этим параметрам относятся безразмерные угловая и линейная скорости, угол перекладки средства управления, угол дрейфа, угол крена. Результаты, получаемые по итогам расчётов, могут закладываться в систему управления средствами навигации и маневрирования автономного судна, а также в судоводительские тренажёры.

**Ключевые слова:** криволинейное движение судна, алгоритм управления, угол перекладки, радиус поворота, угол дрейфа, угол упреждения, угол одерживания, линейная скорость, автономное судно.

# Mathematical modelling of the ship transfer from a turn of a given radius to a straight line

**Vadim I. Tikhonov**
*ORCID: 0000-0002-3147-0668*
**Yuriy V. Bazhankin**
*ORCID: 0000-0001 -8720-218X*
**Igor M. Osokin**
*ORCID: 0000-0002-5988-6745*
**Vasily A. Lobanov**
*ORCID: 0000-0002-0931-7317,*
*Volga State University of Water Transport, Nizhny Novgorod, Russia*

**Abstract.** This paper describes a mathematical model of unsteady curvilinear motion of a vessel on a river bend. The main components of the model are dimensionless angular and linear velocities, drift angle at the vessel's centre of mass, heading, advance and transfer of the vessel's centre of mass and roll angle. The proposed mathematical model in combination with the control algorithm allows to obtain the following parameters: the rudder angle of the steady circulation (turn), the angle of manoeuvre commencement anticipation, the rudder angle to the side opposite to the turn, if necessary, the time of rudder delay and the angle of checking helm. These parameters are necessary for transferring the vessel from a curvilinear path of a given radius to a straight line. Before commencement of calculations using the proposed model and control algorithm, the parameters of the vessel motion on the steady circulation (turn) are calculated. These parameters include dimensionless angular and linear velocities, control shifting angle, drift angle, roll angle. The results obtained from the calculations can be incorporated into the control system of fully autonomous vessel, as well as into ship simulators.

**Keywords:** curvilinear vessel motion, control algorithm, rudder angle, turning radius, drift angle, anticipation angle, holding angle, linear velocity, autonomous vessel.

## Введение

Исследования, направленные на создание математических моделей движения различных типов судов при определённых условиях плавания, начались ещё в середине прошлого столетия. На данный момент эта тема для исследований является одной из наиболее актуальных в области судовождения. Во многом это связано с кратно возросшим интересом к вопросу создания и внедрения судов различной степени автономности со стороны государств и Международной морской организации (ИМО). Несмотря на большое количество различных публикаций по данной тематике [1-8] вопрос математического моделирования перевода судна с криволинейной траектории заданного радиуса на прямолинейную траекторию практически не был затронут.

## Расчёт исходных параметров

Для осуществления математического моделирования процесса перевода судна с поворота некоторого радиуса $R$ на прямолинейную траекторию в первую очередь необходимо рассчитать параметры криволинейного движения судна на установившейся циркуляции (повороте). Безразмерная угловая скорость судна $\overline{\omega}_R$ вычисляется по выражению [9]:

$$\overline{\omega}_R = \frac{L}{R}.$$

Здесь $L$ – расчётная длина судна.

Далее находится угол крена на установившейся циркуляции $\theta_R$ [9]:

$$\theta_R = 22\overline{m}Fr_0^2\overline{\omega}_R e^{-1,6\overline{\omega}_R},$$

где $\overline{m} = \frac{2\delta B}{L}$ – безразмерная масса судна;

$\delta$ – коэффициент полноты водоизмещения судна;

$B$ – расчётная ширина судна;

$Fr_0 = \frac{v_0}{\sqrt{gL}}$ – число Фруда;

$v_0$ – скорость прямолинейного движения судна перед началом маневрирования;

$g$ – ускорение свободного падения.

Для определения угла дрейфа $\beta_R$ на установившейся циркуляции (повороте) подсчитываются безразмерные коэффициенты [9], которые учитывают:

- влияние крена на гидродинамические характеристики судна

$$A_{x_1} = \frac{|\theta|\,L}{16T\delta^2}\left(\sin\bar{q}_{\text{н}_x}\,cos\,\bar{q}_{\text{н}_x} + \sin\bar{q}_{\text{к}_x}\,cos\,\bar{q}_{\text{к}_x}\right);$$

$$\bar{A}_{1_\theta} = \frac{2B}{T}\left(\delta_\text{н}\bar{l}_\text{н}\sin\bar{q}_{\text{н}_y}\,cos\,\bar{q}_{\text{н}_y} + \delta_\text{к}\bar{l}_\text{к}\sin\bar{q}_{\text{к}_y}\,cos\,\bar{q}_{\text{к}_y}\right);$$

$$\bar{A}_{2_\theta} = \frac{B}{T}(\delta_\text{н}\left(0{,}25\sigma_\text{н}^2 - \bar{l}_{\text{ц.н}}^2\right)\sin\bar{q}_{\text{н}_y}\,cos\,\bar{q}_{\text{н}_y} - \delta_\text{к}\left(0{,}25\sigma_\text{к}^2 - \bar{l}_{\text{ц.к}}^2\right)\sin\bar{q}_{\text{к}_y}\,cos\,\bar{q}_{\text{к}_y});$$

$$\bar{\text{B}}_{1_\theta} = \bar{\text{A}}_{2_\theta};$$

$$\bar{B}_{2_\theta} = \frac{2B}{3T}\Big[\delta_\text{н}\left(0{,}125\sigma_\text{н}^3 - \bar{l}_{\text{ц.н}}^3\right)\sin\bar{q}_{\text{н}_y}\,cos\,\bar{q}_{\text{н}_y} + \delta_\text{к}\big(0{,}125\sigma_\text{к}^3 - \bar{l}_{\text{ц.к}}^3\big)\sin\bar{q}_{\text{к}_y}\,cos\,\bar{q}_{\text{к}_y}\Big];$$

- действующие на судовой корпус усилия циркуляционной природы

$$A_{x_3} = \frac{\beta_\text{м}\left(\sin^2\bar{q}_{\text{н}_x} - \sin^2\bar{q}_{\text{к}_x}\right)}{4\delta};$$

$$A_1 = 2\left(\bar{l}_\text{н}\sin\bar{q}_{\text{н}_y}\,cos\,\bar{q}_{\text{н}_y} - \bar{l}_\text{к}\sin\bar{q}_{\text{к}_y}\,cos\,\bar{q}_{\text{к}_y}\right);$$

$$A_2 = \left(0{,}25\sigma_\text{н}^2 - \bar{l}_{\text{ц.н}}^2\right)\ \sin\bar{q}_{\text{н}_y}\,cos\,\bar{q}_{\text{н}_y} + \left(0{,}25\sigma_\text{к}^2 - \bar{l}_{\text{ц.к}}^2\right)\ \sin\bar{q}_{\text{к}_y}\,cos\,\bar{q}_{\text{к}_y};$$

$$A_2^{'} = \bar{m}k_{11}^{'};\quad \text{B}_1 = \text{A}_2;$$

$$B_2 = \frac{2}{3}\left[\left(0{,}125\sigma_\text{н}^3 - \bar{l}_{\text{ц.н}}^3\right)\sin\bar{q}_{\text{н}_y}\,cos\,\bar{q}_{\text{н}_y} - \left(0{,}125\sigma_\text{к}^3 - \bar{l}_{\text{ц.к}}^3\right)\sin\bar{q}_{\text{к}_y}\,cos\,\bar{q}_{\text{к}_y}\right];$$

$$B_2^{'} = \bar{m}k_{26}^{'};$$

$$k_{11}^{'} = \frac{\delta_\text{н}\bar{l}_\text{н}\cos^2\bar{q}_{\text{н}y} + \delta_\text{к}\bar{l}_\text{к}\cos^2\bar{q}_{\text{к}y}}{2\delta};$$

$$k_{26}^{'} = \frac{\delta_\text{к}\left(0{,}25\sigma_\text{к}^2 - \bar{l}_{\text{ц.к}}^2\right)cos^2\,\bar{q}_{\text{к}y} - \delta_\text{н}\left(0{,}25\sigma_\text{н}^2 - \bar{l}_{\text{ц.н}}^2\right)cos^2\,\bar{q}_{\text{н}y}}{4\delta};$$

- усилия отрывной природы

$$A_{x_0} = \frac{\beta_\text{м}\left(A_{\gamma_\text{н}}\,cos^2\,\bar{q}_{\text{н}x} + A_{\gamma_\text{к}}\,cos^2\,\bar{q}_{\text{к}x}\right)}{4\delta};$$

$$A_2^{''} = \frac{B}{L}\left(\delta_\text{н}\bar{l}_\text{н}A_{\gamma_\text{н}}\,cos^2\,\bar{q}_{\text{н}_y} - \delta_\text{к}\bar{l}_\text{к}A_{\gamma_\text{к}}\,cos^2\,\bar{q}_{\text{к}_y}\right);$$

$$A_3 = \bar{l}_\text{н}A_{\gamma_\text{н}}\,sin^2\,\bar{q}_{\text{н}_y} + \bar{l}_\text{к}A_{\gamma_\text{к}}\,sin^2\,\bar{q}_{\text{к}_y} + \bar{l}_\text{ц}A_{\gamma_\text{ц}};$$

$$A_4 = \left(0{,}25\sigma_\text{н}^2 - \bar{l}_{\text{ц.н}}^2\right)A_{\gamma_\text{н}}\,sin^2\,\bar{q}_{\text{н}_y} - \left(0{,}25\sigma_\text{к}^2 - \bar{l}_{\text{ц.к}}^2\right)A_{\gamma_\text{к}}\,sin^2\,\bar{q}_{\text{к}_y} + \left(\bar{l}_{\text{ц.н}}^2 - \bar{l}_{\text{ц.к}}^2\right)A_{\gamma_\text{ц}};$$

$$A_5=\frac{1}{3}[(0{,}125\sigma_{\text{н}}^3-\bar{l}_{\text{ц.н}}^3)A_{\gamma_{\text{н}}}\sin^2\bar{q}_{\text{н}_y}+(0{,}125\sigma_{\text{к}}^3-\bar{l}_{\text{ц.к}}^3)A_{\gamma_{\text{к}}}\sin^2\bar{q}_{\text{к}_y}+(\bar{l}_{\text{ц.н}}^3+\bar{l}_{\text{ц.к}}^3)\text{А}_{\gamma_{\text{ц}}}];$$

$$B_2''=\frac{B}{2L}\left[\delta_{\text{н}}(0{,}25\sigma_{\text{н}}^2-\bar{l}_{\text{ц.н}}^2)A_{\gamma_{\text{н}}}\cos^2\bar{q}_{\text{н}_y}+\delta_{\text{к}}(0{,}25\sigma_{\text{к}}^2-\bar{l}_{\text{ц.к}}^2)A_{\gamma_{\text{к}}}\cos^2\bar{q}_{\text{к}_y}\right];$$

$$\text{В}_3=0{,}5\text{А}_4;\quad \text{В}_4=2\text{А}_5;$$

$$B_5=\frac{1}{4}\left[(0{,}0625\sigma_{\text{н}}^4-\bar{l}_{\text{ц.н}}^4)A_{\gamma_{\text{н}}}\sin^2\bar{q}_{\text{н}_y}+(\bar{l}_{\text{ц.н}}^4-\bar{l}_{\text{ц.к}}^4)A_{\gamma_{\text{ц}}}-(0{,}0625\sigma_{\text{к}}^4-\bar{l}_{\text{ц.к}}^4)A_{\gamma_{\text{к}}}\sin^2\bar{q}_{\text{к}_y}\right];$$

$$A_{\gamma_{\text{н}}}=\cos^2\overline{\gamma_{\text{н}}};\quad A_{\gamma_{\text{к}}}=\cos^2\overline{\gamma_{\text{к}}};\quad A_{\gamma_{\text{ц}}}=\cos^2\overline{\gamma_{\text{ц}}};$$

- усилия вязкостной природы

$$\bar{A}_{3_V}=\frac{\delta B}{T};$$

$$\bar{A}_{4_V}=\frac{B}{T}\left[\delta_{\text{н}}(0{,}25\sigma_{\text{н}}^2-\bar{l}_{\text{ц.н}}^2)-\delta_{\text{к}}(0{,}25\sigma_{\text{к}}^2-\bar{l}_{\text{ц.к}}^2)+\delta_{\text{ц}}(\bar{l}_{\text{ц.н}}^2-\bar{l}_{\text{ц.к}}^2)\right];$$

$$\bar{A}_{5_V}=\frac{B}{3T}\left[\delta_{\text{н}}(0{,}125\sigma_{\text{н}}^3-\bar{l}_{\text{ц.н}}^3)+\delta_{\text{к}}(0{,}125\sigma_{\text{к}}^3-\bar{l}_{\text{ц.к}}^3)+\delta_{\text{ц}}(\bar{l}_{\text{ц.н}}^3+\bar{l}_{\text{ц.к}}^3)\right];$$

$$\bar{\text{В}}_{3_V}=0{,}5\bar{A}_{4_V};\quad \bar{B}_{4_V}=2\bar{A}_{5_V};$$

$$\bar{B}_{5_V}=\frac{B}{4T}\left[\delta_{\text{н}}(0{,}0625\sigma_{\text{н}}^4-\bar{l}_{\text{ц.н}}^4)-\delta_{\text{к}}(0{,}0625\sigma_{\text{к}}^4-\bar{l}_{\text{ц.к}}^4)+\delta_{\text{ц}}(\bar{l}_{\text{ц.н}}^4-\bar{l}_{\text{ц.к}}^4)\right];$$

$$\bar{S}=\frac{\Omega}{\delta LB}=1+\frac{2T}{\delta B};$$

$$Re_B=\frac{v_yB}{\eta}\approx\frac{0{,}2v_0B}{\eta}\approx 153257v_0B;$$

$$C_{f_y}=\frac{0{,}7434}{\sqrt{Re_B}}+0{,}000475;$$

$$K_{F_y}=1388\frac{\delta}{\sigma}\sqrt{\frac{\delta(1-\bar{l}_ц)T}{L}};$$

$$C_{V_y}=C_{f_y}\bar{S}\left(1+K_{F_y}\right);$$

$$A_{3_V}=C_{V_y}*\bar{A}_{3_V};\quad A_{4_V}=C_{V_y}*\bar{A}_{4_V};\quad A_{5_V}=C_{V_y}*\bar{A}_{5_V};$$

$$B_{3_V}=C_{V_y}*\bar{\text{В}}_{3_V};\quad B_{4_V}=C_{V_y}*\bar{B}_{4_V};\quad B_{5_V}=C_{V_y}*\bar{B}_{5_V};$$

- усилия, обусловленные волнообразованием

$$A_{3_W}=F*A_3;\quad A_{4_W}=F*A_4;\quad A_{5_W}=F*A_5;$$

$$B_{3_W}=F*B_3;\quad B_{4_W}=F*B_4;\quad B_{5_W}=F*B_5;$$

$$F = \frac{Fr^2 L}{100T}.$$

Здесь $T$ – расчётная осадка судна;

$\delta_н$, $\delta_к$ – коэффициенты полноты водоизмещения кормовой и носовой оконечностей корпуса судна;

$\delta_ц$ – коэффициент полноты водоизмещения цилиндрической вставки;

$\bar{l}_н$, $\bar{l}_к$ – относительные длины носовой и кормовой оконечностей корпуса;

$\bar{q}_{н_x}$, $\bar{q}_{к_x}$ – средние значения курсовых углов нормалей к ватерлиниям в носовой и кормовой оконечностях корпуса, приходящиеся на единицу площади мидельшпангоута;

$\bar{q}_{н_y}$, $\bar{q}_{к_y}$ – средние значения курсовых углов нормалей к ватерлиниям в носовой и кормовой оконечностях корпуса, приходящиеся на единицу площади диаметрального батокса;

$\sigma_н$, $\sigma_к$ – коэффициенты полноты носовой и кормовой половин диаметрального батокса;

$\bar{l}_{ц.н}$, $\bar{l}_{ц.к}$ – относительные длины цилиндрической вставки в носовой и кормовой половинах корпуса;

$A_{\gamma_н}$, $A_{\gamma_к}$ – коэффициенты, учитывающие среднее значение снижения нормалей к поверхности обшивки относительно нормалей к ватерлиниям в носовой и кормовой оконечностях корпуса;

$A_{\gamma_ц}$ – коэффициент, учитывающий среднее значение снижения нормалей к поверхности обшивки относительно нормалей к ватерлиниям в области цилиндрической вставки;

$\bar{\gamma}_н$, $\bar{\gamma}_к$ – снижения нормалей к поверхностям обшивки относительно нормалей к ватерлиниям соответственно в носовой и кормовой оконечностях корпуса;

$\bar{\gamma}_ц$ – снижения нормалей к поверхности обшивки относительно нормалей к ватерлиниям в области цилиндрической вставки корпуса;

$\Omega$ – площадь смоченной поверхности корпуса судна;

$Re_B$ – число Рейнольдса при поперечном движении;

$Fr = Fr_0 * \bar{v}$ – число Фруда при циркуляционном движении судна;

$\bar{v}$ – безразмерная линейная скорость судна на циркуляции.

Величины $\bar{l}_н$, $\bar{l}_к$, $\bar{l}_{ц.н}$, $\bar{l}_{ц.к}$, $\delta_н$, $\delta_к$, $\delta_ц$, $\Omega$, $\bar{\gamma}_н$, $\bar{\gamma}_к$, $\bar{\gamma}_ц$ $\bar{q}_{н_x}$, $\bar{q}_{к_x}$, $\bar{q}_{н_y}$, $\bar{q}_{к_y}$, $A_{\gamma_н}$, $A_{\gamma_к}$ и $A_{\gamma_ц}$ определяются по методике Тихонова В.И. и Хвостова Р.С. [10, 11].

Кроме того, дополнительно определяются следующие коэффициенты [9]:

$$\bar{A}_1 = \bar{A}_{1_\theta} + A_1; \quad \bar{A}_2 = \bar{A}_{2_\theta} + A_2 - A_2' - A_2''; \quad \bar{A}_3 = A_3 + A_{3_W} + A_{3_V};$$

$$\bar{A}_4 = A_4 + A_{4_W} + A_{4_V};\ \ \bar{A}_5 = A_5 + A_{5_W} + A_{5_V};$$

$$\bar{B}_1 = \bar{B}_{1_\theta} + B_1;\ \ \bar{B}_2 = \bar{B}_{2_\theta} + B_2 + B_2' - B_2'';\ \ \bar{B}_3 = B_3 + B_{3_V} + B_{3_W};$$

$$\bar{B}_4 = B_4 + B_{4_V} + B_{4_W};\ \ \bar{B}_5 = B_5 + B_{5_V} + B_{5_W};$$

$$C_1 = \bar{A}_1 + 2{,}1\bar{B}_1;\ \ C_2 = \bar{A}_2 + 2{,}1\bar{B}_2 + \bar{m};\ \ C_3 = \bar{A}_3 + 2{,}1\bar{B}_3;$$

$$C_4 = \bar{A}_4 + 2{,}1\bar{B}_4;\ \ C_5 = \bar{A}_5 + 2{,}1\bar{B}_5;$$

$$\rho = \frac{C_4\bar{\omega}_R - C_1}{2C_3};\ \ q = \frac{(C_2 - C_5\bar{\omega}_R)\bar{\omega}_R}{C_3}.$$

Тогда значение $\beta_R$ может быть вычислено по формуле:

$$\beta_R = \rho + \sqrt{\rho^2 + q}.$$

Перекладка средства управления (СУ) на установившейся циркуляции (повороте) $\delta_R$ определяется по выражению:

$$\delta_R = \frac{\bar{\kappa}_r\beta_{R_i} - \bar{C}_{m_i}}{E_r},$$

где $\bar{\kappa}_r = E_r\kappa_r$;

$E_r$ – эффективность рулевых органов, определяется по методике [12];

$\kappa_r$ – коэффициент, учитывающий влияние судового корпуса и работающего винта на направление потока воды, набегающего на СУ; определяется по методике [12];

$$\beta_{R_i} = \beta_R + 0{,}4762\bar{\omega}_R;$$

$$\bar{C}_{m_i} = 2{,}1(\bar{B}_1\beta_R - \bar{B}_2\bar{\omega}_R + \bar{B}_3{\beta_R}^2 - \bar{B}_4\bar{\omega}_R\beta_R + \bar{B}_5{\bar{\omega}_R}^2).$$

Определение безразмерной скорости на установившейся циркуляции (повороте) $\bar{v}_R$ производится по методике, предложенной Ю.В. Бажанкиным [13]. На начальном этапе подсчитываются коэффициенты, характеризующие особенности судового движительно-рулевого комплекса (ДРК). Для ДРК открытый гребной винт с расположенным за ним рулём

$$S_1 = S[1 - sin^2(\theta_r\delta_R)];$$

$$A_r = S_1A_e;\ \ B_r = S_1B_e\frac{(1-\psi_0)}{D_в};\ \ C_r = S_1C_e\frac{(1-\psi_0)^2}{D_в^2};$$

$$A_e = A_p(1 - t_в);\ \ B_e = B_p(1 - t_в);\ \ C_e = C_p(1 - t_в),$$

где $S = \frac{2z_вD_в^4}{LT}$ – коэффициент;

$z_в$ – количество винтов;

$D_в$ – диаметр винта;

$\theta_r$ – коэффициент, учитывающий отношение площади диска винта, перекрываемой рулём при гипотетической перекладке последнего на 90°, ко всей площади диска;

$A_e,\ B_e,\ C_e$ – коэффициенты аппроксимации для коэффициента полезной тяги $K_e$ гребного винта;

$A_p,\ B_p,\ C_p$ – коэффициенты аппроксимации для коэффициента упора $K_p$ гребного винта;

$t_{\text{в}} = 1 - \frac{C_{x_0} L T v_0^2}{2 z_в K_{p_0} n_0^2 D_в^4}$ – коэффициент засасывания винта без насадки;

$\psi_0$ – коэффициент номинального попутного потока открытого гребного винта.

Для ДРК винт в поворотной насадке

$$\bar{l}_n = l_n / D_в;\ \ \theta_n = 1 - a_n \delta_R;\ \ S_2 = S[1 - sin^2(\theta_n \delta_R)];$$

$$A_n = S_2 A_e^{'};\ \ B_n = S_2 B_e^{'} \frac{(1-\psi_f)}{D_в};\ \ C_n = S_2 C_e^{'} \frac{(1-\psi_f)^2}{D_в^2};$$

$$A_e^{'} = A_{\text{к}}(1 - t_{\text{к}});\ \ B_e^{'} = B_{\text{к}}(1 - t_{\text{к}});\ \ C_e^{'} = B_{\text{к}}(1 - t_{\text{к}}).$$

Здесь $\bar{l}_n$ – относительная длина насадки;

$a_n$ – коэффициент регрессии;

$\psi_f$ – коэффициент попутного потока трения при работе комплекса винт – поворотная насадка;

$A_e^{'},\ B_e^{'},\ C_e^{'}$ – коэффициенты аппроксимации для коэффициента полезного упора $K_e'$ комплекса винт – поворотная насадка;

$A_{\text{к}},\ B_{\text{к}},\ C_{\text{к}}$ – коэффициенты аппроксимации для упора $K_{\text{к}}$ комплекса винт – поворотная насадка;

$t_к = 1 - \frac{C_{x_0} L T v_0^2}{2 z_в K_{к_0} n_0^2 D_в^4}$ – коэффициент засасывания комплекса винт - поворотная насадка.

Далее составляется и решается квадратное уравнение для определения отношения продольной составляющей линейной скорости $v_x$ к частоте вращения винтов $n$. Также подсчитывается значение безразмерной частоты вращения винтов $\bar{n}$. Для случая открытого гребного винта [13]

$$\left(\frac{v_x}{n}\right)^2 + \frac{B_r}{\left[C_{x_0} + \bar{m}\left(1 - k_{22}^{'}\right)\bar{\omega}_R \tan\beta_R / \cos\beta_R + C_r\right]} \frac{v_x}{n} - \frac{A_r}{\left[C_{x_0} + \bar{m}\left(1 - k_{22}^{'}\right)\bar{\omega}_R \tan\beta_R / \cos\beta_R + C_r\right]} = 0;$$

$$\bar{n} = \frac{0{,}37 K_{m_0} + \sqrt{2{,}0289 K_{m_0}^2 + 4{,}4 K_{m_0}\left[K_m + \frac{K_p}{2\pi}\lambda_p \sin^2(\theta_r \delta_R)\right]}}{2\left[K_m + \frac{K_p}{2\pi}\lambda_p \sin^2(\theta_r \delta_R) + 0{,}43 K_{m_0}\right]};$$

$$K_{m_0} = A_m - B_m \frac{v_0(1-\psi_0)}{n_0 D_в} - C_m \frac{v_0^2(1-\psi_0)^2}{n_0^2 D_в^2}.$$

Здесь $k_{22}^{'} = \frac{\left(\delta_н \bar{l}_н \, sin^2 \, \bar{q}_{н x} + \delta_к \bar{l}_к \, sin^2 \, \bar{q}_{к x}\right)}{2\delta}$ – коэффициент;

$K_{m_0}$ – номинальный коэффициент момента открытого гребного винта;

$K_m$ – коэффициент момента открытого гребного винта;

$\lambda_p$ – относительная поступь открытого гребного винта;

$A_m, \ B_m, \ C_m$ – коэффициенты аппроксимации для коэффициента момента открытого гребного винта.

Для ДРК винт в поворотной насадке

$$\left(\frac{v_x}{n}\right)^2 + \frac{B_n}{\left[C_{x_0} + \bar{m}\left(1 - k_{22}^{'}\right)\bar{\omega}_R \, tan \, \beta_R / cos \, \beta_R + C_n\right]} \frac{v_x}{n} - \frac{A_n}{\left[C_{x_0} + \bar{m}\left(1 - k_{22}^{'}\right)\bar{\omega}_R \, tan \, \beta_R / cos \, \beta_R + C_n\right]} = 0;$$

$$\bar{n} = \frac{0{,}37 K_{m_0}^{'} + \sqrt{2{,}0289 K_{m_0}^{'2} + 4{,}4 K_{m_0}^{'}\left[K_m^{'} + \frac{K_к}{2\pi}\lambda_к \, sin^2(\theta_n \delta_R)\right]}}{2\left[K_m^{'} + \frac{K_к}{2\pi}\lambda_к \, sin^2(\theta_n \delta_R) + 0{,}43 K_{m_0}^{'}\right]};$$

$$K_{m_0}^{'} = A_m^{'} - B_m^{'}\lambda_к - C_m^{'}\lambda_к^2.$$

Здесь $K_{m_0}^{'}$ – номинальный коэффициент момента винта в поворотной насадке;

$K_m^{'}$ – коэффициент момента винта в поворотной насадке;

$\lambda_к$ – относительная поступь винта в поворотной насадке;

$A'_m, \ B'_m, \ C'_m$ – коэффициенты аппроксимации для коэффициента момента винта в поворотной насадке.

Затем подсчитываются значения $n$ и $v_x$ по выражениям:

$$n = \bar{n} n_0; \quad v_x = \left(\frac{v_x}{n}\right) n.$$

На последнем шаге определяются значения линейной скорости $v$ и безразмерной линейной скорости на установившейся циркуляции (повороте) $\bar{v}_R$:

$$v = \frac{v_x}{cos \, \beta_R}; \quad \bar{v}_R = \frac{v}{v_0}.$$

Полученные значения $\bar{\omega}_R, \ \theta_R, \ \beta_R, \ \delta_R$ и $\bar{v}_R$ используются в качестве исходных данных для последующих расчётов.

**Описание математической модели и алгоритма управления**

Уравнения произвольного криволинейного движения судна на повороте реки имеют следующий вид [14]:

$$m(1+k_{11})\frac{dv}{dt}\cos\beta - m\left(1+k_{11}+2\frac{c}{v}\right)v\frac{d\beta}{dt}\sin\beta +$$

$$+m\left(1-k'_{22}+2\frac{c}{v}\right)v\omega\sin\beta = z_в P_e(1-\sin^2\delta_c) - C_{x_Г}\frac{\rho}{2}LTv^2; \quad (1)$$

$$-m(1+k_{22})\frac{dv}{dt}\sin\beta - m\left(1+k_{22}+2\frac{c}{v}\right)v\frac{d\beta}{dt}\cos\beta +$$

$$+m(1+2\frac{c}{v})v\omega\cos\beta +$$

$$+mLk_{26}\frac{d\omega}{dt} = C_{y_Г}\frac{\rho}{2}LTv^2 - \mu_r\left[\delta_r - \kappa_r\left(\beta+\bar{l}_r\bar{\omega}\right)\right]\frac{\rho}{2}\bar{S}_r\varphi_к^2 v^2; \quad (2)$$

$$J_z\left(1+k_{66}+\frac{c}{v}\right)\frac{d\omega}{dt} - mLk_{26}\frac{dv}{dt}\sin\beta - mLk_{26}v\frac{d\beta}{dt}\cos\beta =$$

$$= C_{m_Г}\frac{\rho}{2}L^2Tv^2 + \mu_r\left[\delta_r - \kappa_r\left(\beta+\bar{l}_r\bar{\omega}\right)\right]\frac{\rho}{2}\bar{S}_r\bar{l}_r L\varphi_к^2 v^2, \quad (3)$$

где $m$ – масса судна;

$k_{11}$, $k_{22}$ – коэффициенты присоединённых масс;

$c$ – скорость течения;

$\delta_c$ – угол выброса струи;

$k_{26}$ – коэффициент присоединённого статического момента;

$\mu_r$ – коэффициент пропорциональности между величиной коэффициента подъёмной силы $C_{yr}$ и эффективным углом атаки $\alpha_e$;

$\bar{S}_r$ – приведённая площадь рулевого органа;

$\varphi_к$ – коэффициент, учитывающий влияние корпуса на скорость потока воды в районе ДРК;

$k_{66}$ – коэффициент присоединённого момента судна.

Коэффициенты $C_{x_Г}$, $C_{y_Г}$, $C_{m_Г}$ служат для учёта индивидуальных характеристик погруженной части корпуса и подсчитываются по выражениям [9]:

$$C_{x_Г} = \left[\bar{m}A_{x_0} + C_{V_x} + Fr^2 A_{W_x}\cos^2\beta\right]\cos^2\beta +$$

$$+\bar{m}^2 A_{x_1}|\sin\beta|\cos\beta + \bar{m}A_{x_3}\sin^2\beta - \bar{m}k'_{22}|\bar{\omega}\sin\beta|;$$

$$C_{y_Г} = C_{y_{цир}} + C_{y_{отр}} + C_{y_V} + C_{y_W} + C_{y_\theta} =$$

$$= \left(A_1 + A_{1_\theta}\right)\sin\beta\cos\beta - \left(A_2 + A_{2_\theta} - A'_2 - A''_2\right)\bar{\omega}\cos\beta +$$

$$+\left(A_3 + A_{3_V}\right)|\sin\beta|\sin\beta -$$

$$-\left(A_4 + A_{4_V}\right)|\bar{\omega}|\sin\beta + \left(A_5 + A_{5_V}\right)|\bar{\omega}|\bar{\omega} + A_{3_W}|\sin\beta|\sin^3\beta -$$

$$-A_{4_W}|\bar{\omega}|\,sin^3\beta + A_{5_W}|\bar{\omega}|\bar{\omega}\,sin^2\beta;$$

$$C_{m_Г} = C_{m_{\text{цир}}} + C_{m_{\text{отр}}} + C_{m_V} + C_{m_W} + C_{m_\theta} =$$

$$= \left(B_1 + B_{1_\theta}\right) sin\,\beta\, cos\,\beta - \left(B_2 + B_{2_\theta} + B_2^{'} - B_2^{''}\right)\bar{\omega}\,cos\,\beta +$$

$$+\left(B_3 + B_{3_V}\right)|sin\,\beta|\,sin\,\beta - \left(B_4 + B_{4_V}\right)|\bar{\omega}|\,sin\,\beta + \left(B_5 + B_{5_V}\right)|\bar{\omega}|\bar{\omega} +$$

$$+B_{2_W}\bar{\omega}\,cos^3\beta + B_{3_W}|sin\,\beta|\,sin^3\beta - B_{4_W}|\bar{\omega}|\,sin^3\beta.$$

Для случая неустановившегося криволинейного движения коэффициенты, учитывающие процесс волнообразования, рассчитываются по формулам [9]:

$$A_{W_x} = \frac{B}{8T}\left(A_{\gamma_н}^2\,cos^4\bar{q}_{\text{н}_x} + A_{\gamma_к}^2\,cos^4\bar{q}_{\text{к}_x}\right);$$

$$A_{3_W} = Fr^2\frac{L}{4T}\left(\bar{l}_н A_{\gamma_н}^2\,sin^4\bar{q}_{\text{н}_y} + \bar{l}_к A_{\gamma_к}^2\,sin^4\bar{q}_{\text{к}_y} + \bar{l}_ц A_{\gamma_ц}^2\right);$$

$$A_{4_W} = Fr^2\frac{L}{2T}\Big[\left(0{,}25\sigma_н^2 - \bar{l}_{цн}^2\right)A_{\gamma_н}^2\,sin^4\bar{q}_{\text{н}_y} - \left(0{,}25\sigma_к^2 - \bar{l}_{цк}^2\right)A_{\gamma_к}^2\,sin^4\bar{q}_{\text{к}_y} +$$
$$\left(\bar{l}_{цн}^2 - \bar{l}_{цк}^2\right)A_{\gamma_ц}^2\Big];$$

$$A_{5_W} = Fr^2\frac{L}{2T}\Big[\left(0{,}125\sigma_н^3 - \bar{l}_{цн}^3\right)A_{\gamma_н}^2\,sin^4\bar{q}_{\text{н}_y} + \left(0{,}125\sigma_к^3 - \bar{l}_{цк}^3\right)A_{\gamma_к}^2\,sin^4\bar{q}_{\text{к}_y} +$$
$$\left(\bar{l}_{цн}^3 + \bar{l}_{цк}^3\right)A_{\gamma_ц}^2\Big];$$

$$B_{2_W} = Fr^2\frac{B}{4T}\left[\delta_н\left(0{,}25\sigma_н^2 - \bar{l}_{цн}^2\right)A_{\gamma_н}^2\,cos^4\bar{q}_{\text{н}_y} + \delta_к\left(0{,}25\sigma_к^2 - \bar{l}_{цк}^2\right)A_{\gamma_к}^2\,cos^4\bar{q}_{\text{к}_y}\right];$$

$$B_{3_W} = \frac{1}{4}A_{4_W};\quad B_{4_W} = \frac{2}{3}A_{5_W}.$$

Уравнения (1) – (3) могут быть приведены к безразмерному виду, если выразить линейную скорость $v$, угловую скорость $\omega$ и время $t$ через безразмерные величины $\bar{v}$, $\bar{\omega}$ и $\tau$ соответственно. В этом случае выражения (1) – (3) примут следующий вид:

$$\bar{m}_1\frac{d\bar{v}}{d\tau} - \bar{m}_{10}\bar{v}\beta\frac{d\beta}{d\tau} + b_1 = 0;$$

$$(\bar{m}_4\bar{\omega} - \bar{m}_2\beta)\frac{d\bar{v}}{d\tau} - \bar{m}_{20}\bar{v}\frac{d\beta}{d\tau} + \bar{m}_4\bar{v}\frac{d\bar{\omega}}{d\tau} + b_2 = 0;$$

$$(\bar{m}_3\bar{\omega} - \bar{m}_4\beta)\frac{d\bar{v}}{d\tau} - \bar{m}_4\bar{v}\frac{d\beta}{d\tau} + \bar{m}_3\bar{v}\frac{d\bar{\omega}}{d\tau} - b_3 = 0.$$

Здесь $\bar{m}_1 = \bar{m}(1 + k_{11});\;\; \bar{m}_{10} = \bar{m}\left(1 + k_{11} + 2\frac{\bar{c}}{\bar{v}}\right);\;\; \bar{m}_{11} = \bar{m}\left(1 - k'_{22} + 2\frac{\bar{c}}{\bar{v}}\right);$

$$\bar{m}_2 = \bar{m}(1 + k_{22});\;\; \bar{m}_{20} = \bar{m}\left(1 + k_{22} + 2\frac{\bar{c}}{\bar{v}}\right);\;\; \bar{m}_{21} = \bar{m}\left(1 + 2\frac{\bar{c}}{\bar{v}}\right);$$

$$\bar{m}_3 = \bar{J}\left(1 + k_{66} + \frac{\bar{c}}{\bar{v}}\right);\;\; \bar{m}_4 = \bar{m}k_{26};$$

$$b_1 = \left(\bar{m}_{11}\bar{\omega}\beta + C_{x_Г}\right)\bar{v}^2 - z_в(\bar{A}_e\bar{n}^2 - \bar{B}_e\bar{n}\bar{v} - \bar{C}_e\bar{v}^2)(1 - sin^2\delta_c);$$

$$b_2 = \left\{\bar{m}_{21}\bar{\omega} + E_r\left[\delta_r - \kappa_r\left(\beta + \bar{l}_r\bar{\omega}\right)\right] - C_{y_Г}\right\}\bar{v}^2;$$

$b_3 = \{C_{m_Г} + \bar{l}_r E_r[\delta_r - \kappa_r(\beta + \bar{l}_r\bar{\omega})]\}\bar{v}^2$;

$\bar{A}_e, \bar{B}_e, \bar{C}_e$ – коэффициенты аппроксимации.

Тогда полная математическая модель неустановившегося криволинейного движения судна будет выглядеть следующим образом:

$$\frac{d\bar{v}}{d\tau} = \frac{b1(\bar{m}_4{}^2 - \bar{m}_3\bar{m}_{20}) + \bar{m}_{10}\beta(b_2\bar{m}_3 + b_3\bar{m}_4)}{\bar{m}_1(\bar{m}_3\bar{m}_{20} - \bar{m}_4{}^2) + \bar{m}_{10}\beta^2(\bar{m}_2\bar{m}_3 - \bar{m}_4{}^2)}; \tag{4}$$

$$\frac{d\beta}{d\tau} = \frac{b_1\beta(\bar{m}_2\bar{m}_3 - \bar{m}_4{}^2) + \bar{m}_1(b_2\bar{m}_3 + b_3\bar{m}_4)}{\bar{v}(\bar{m}_1(\bar{m}_3\bar{m}_{20} - \bar{m}_4{}^2) + \bar{m}_{10}\beta^2(\bar{m}_2\bar{m}_3 - \bar{m}_4{}^2)}; \tag{5}$$

$$\frac{d\bar{\omega}}{d\tau} = \frac{(\bar{m}_3\bar{\omega} - \bar{m}_4\beta)(b_1\bar{m}_{20} - b_2\bar{m}_{10}\beta) - (\bar{m}_4\bar{\omega} - \bar{m}_2\beta)(b_1\bar{m}_4 + b_3\bar{m}_{10}\beta) + \bar{m}_1(b_2\bar{m}_4 + b_3\bar{m}_{20})}{\bar{v}(\bar{m}_1(\bar{m}_3\bar{m}_{20} - \bar{m}_4{}^2) + \bar{m}_{10}\beta^2(\bar{m}_2\bar{m}_3 - \bar{m}_4{}^2)}; \tag{6}$$

$$\frac{d\psi}{d\tau} = \bar{v}\bar{\omega}; \tag{7}$$

$$\frac{dx_0}{d\tau} = L\bar{v}\cos\varphi; \tag{8}$$

$$\frac{dy_0}{d\tau} = L\bar{v}\sin\varphi; \tag{9}$$

$$\theta = 22\frac{\bar{m}(\bar{v}v_0)^2}{gR_i}, \tag{10}$$

где $\psi$ – курс судна;

$x_0, y_0$ – продольное и поперечное смещение ЦМ судна;

$R_i = \frac{L}{\bar{\omega} - \frac{1}{\bar{v}}\frac{d\beta}{d\tau}}$ – текущее значение радиуса кривизны траектории движения судна.

Для перевода судна с поворота заданного радиуса $R$ на прямолинейный участок пути перекладка рулевого органа осуществляется следующим образом:

$$\delta_r = \delta_R - \bar{\omega}_r\tau \quad \text{при} \quad 0 < \tau \le \tau_{max} + \tau_R;$$

$$\delta_r = -\delta_{max} \quad \text{при} \quad \tau_{max} + \tau_R < \tau \le \tau_1;$$

$$\delta_r = \delta_R - \bar{\omega}_r(2\tau_1 - \tau_з - \tau) \quad \text{при} \quad \tau > \tau_1.$$

Здесь $\tau$ – текущее безразмерное время;

$\overline{\omega}_r$ – безразмерная угловая скорость перекладки СУ;

$\tau_{max}$ – безразмерное время перекладки СУ на максимально допустимый угол;

$\tau_R$ – безразмерное время перекладки СУ на угол, необходимый для удержания судна на установившейся циркуляции (повороте);

$\delta_{max}$ – максимально допустимый угол перекладки СУ;

$\tau_1$ – безразмерное время перекладки рулевого органа в противоположную повороту сторону (при необходимости включает в себя время задержки СУ на борту $\tau_з$);

$\tau_2$ – безразмерное время одерживания.

Система уравнений (4) – (10) решается численным методом по схеме Рунге-Кутта [15]. Расчёты выполняются до тех пор, пока величина $\tau$ не сравняется с $\tau_1$, и производная $\frac{dR_i}{d\tau}$ не станет равной нулю. В этот момент судно выйдет на некоторую траекторию с радиусом $R_i$ ($|R_i| > R$). Расчёт необходимо выполнять до тех пор, пока не будет выполнено условие

$$|R_i| = \infty \quad \text{или} \quad \overline{\omega} - \frac{1}{\bar{v}}\frac{d\beta}{d\tau} = 0.$$

При этом, если $R_i < 0$, то время $\tau_1$ необходимо уменьшить на некоторую величину $\Delta\tau$, а если $R_i > 0$ – увеличить на ту же величину. Точность вычислений будет достаточной, если $|R_i| > 100L$.

## Заключение

По итогам вычислений определяется алгоритм управления судном для его перевода с поворота некоторого радиуса $R$ на прямолинейную траекторию. В этот алгоритм входят следующие величины: угол $\delta_R$ перекладки рулевого органа на установившейся циркуляции (повороте) с радиусом $R$, угол упреждения $\psi_{од}$ начала маневрирования, угол перекладки рулевого органа $\delta_{од}$ в противоположную повороту сторону, время задержки $t_з^{од}$ руля на борту и угол одерживания $\delta'_{од}$.

## Список литературы


1. Великанов П.Г., Артюхин Ю.П. Математическая модель движения колесного судна. Часть I //Экологический вестник научных центров черноморского экономического сотрудничества. 2025. №29. С. 18-28. DOI: https://doi.org/10.31429/vestnik-22-1-18-28.
2. Юдин Ю.И., Пашенцев С.В. Коррекция математической модели движения судна с помощью обученной нейросети //Морские интеллектуальные технологии. 2024. №4-1(66). С. 29-40. DOI: https://doi.org/10.37220/MIT.2024.66.4.003.
3. Ивановский Н.В. Новый способ построения математической модели маневрирования морского судна //Вестник керченского государственного морского технологического университета. Серия: морские технологии. 2024. №3. С. 49-57.
4. Амбросовская Е.Б. Упрощенные математические модели для судовых систем управления движением //Морские интеллектуальные технологии. 2024. №3-1(65). С. 156-165. DOI: https://doi.org/10.37220/MIT.2024.65.3.037.
5. Марьясов Г.В., Шарлай Г.Н. Математическая модель движения судна при предусмотренной посадке на мель //Вестник Государственного Университета Морского и Речного Флота им. Адмирала С.О. Макарова. 2024. №3. С. 363-369. DOI: https://doi.org/10.21821/2309-5180-2024-16-3-363-369.
6. Пашенцев С.В. Нейронные сети как инструмент совершенствования математической модели движения судна //Вестник МГТУ. Труды Мурманского Государственного Технического Университета. 2023. №4. С. 472-488. DOI: https://doi.org/10.21443/1560-9278-2023-26-4-472-488.
7. Оськин Д.А., Бочарова В.В., Осипов С.В. Математические модели динамики судов, оснащенных винторулевыми колонками //Вестник Астраханского Государственного Технического Университета. Серия: управление, вычислительная техника и информатика. 2023. №3. С. 124-132. DOI: https://doi.org/10.24143/2072-9502-2023-3-126-132.
8. Петрова А.М., Данилов К.Н., Гамс А.В.2, Бочарова В.В. Моделирование прямолинейного движения безэкипажного судна //Молодежь. Наука. Инновации. 2023. Том 1. С. 331-334.
9. Тихонов В.И. Основы теории динамической системы судно–жидкость. Н. Новгород: ФГОУ ВПО ВГАВТ, 2007. 262 с.

10. Хвостов Р.С. Методика обработки теоретического чертежа для определения характеристик эквивалентного аналога судового корпуса //Вестник ВГАВТ. 2011. №29. С. 47-51.
11. Тихонов В.И., Хвостов Р.С. Эквивалентный аналог судового корпуса и его характеристики //Вестник ВГАВТ. 2011. №29. С. 40-47.
12. Тихонов В.И., Бажанкин Ю.В., Осокин И.М., Мухин А.В. Способ оценки поперечных усилий, развиваемых движительно-рулевым комплексом, по результатам циркуляционных испытаний судна //Научные проблемы водного транспорта. 2023. №77(4). С. 252-263. DOI: https://doi.org/10.37890/jwt.vi77.440.
13. Бажанкин Ю.В. Метод аналитического определения скорости судна на установившейся циркуляции //Современные проблемы науки и образования. 2012. №1.
14. Тихонов В.И. Уравнения неустановившегося движения судна на повороте реки //Речной транспорт (XXI век). 2011. №3(51). С. 71-73.
15. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1973. 832 с.

**References**

1. Velikanov P.G., Artyukhin YU.P. Matematicheskaya model' dvizheniya kolesnogo sudna. Chast' I [A mathematical model of the movement of a wheeled vessel. Part I] Ehkologicheskii vestnik nauchnykh tsentrov chernomorskogo ehkonomicheskogo sotrudnichestva. 2025, no 29, pp. 18-28. (In Russ). DOI: https://doi.org/10.31429/vestnik-22-1-18-28.
2. Yudin YU.I., Pashentsev S.V. Korrektsiya matematicheskoi modeli dvizheniya sudna s pomoshch'yu obuchennoi neiroseti [Correction of the mathematical model of the vessel's movement using a trained neural network] Morskie intellektual'nye tekhnologii. 2024, no 4-1(66), pp. 29-40. (In Russ). DOI: https://doi.org/10.37220/MIT.2024.66.4.003.
3. Ivanovskii N.V. Novyi sposob postroeniya matematicheskoi modeli manevrirovaniya morskogo sudna [A new way to build a mathematical model maneuvering of a marine vessel] Vestnik kerchenskogo gosudarstvennogo morskogo tekhnologicheskogo universiteta. Seriya: morskie tekhnologii. 2024, no 3, pp. 49-57. (In Russ).
4. Ambrosovskaya E.B. Uproshchennye matematicheskie modeli dlya sudovykh sistem upravleniya dvizheniem [Simplified mathematical models in ship motion control systems] Morskie intellektual'nye tekhnologii. 2024, no 3-1(65), pp. 156-165. (In Russ). DOI: https://doi.org/10.37220/MIT.2024.65.3.037.
5. Mar'yasov G.V., Sharlai G.N. Matematicheskaya model' dvizheniya sudna pri predusmotrennoi posadke na mel' [Mathematical model of the vessel motion during a planned grounding] Vestnik Gosudarstvennogo Universiteta Morskogo i Rechnogo Flota im. Admirala S.O. Makarova. 2024, no 3, pp. 363-369. (In Russ). DOI: https://doi.org/10.21821/2309-5180-2024-16-3-363-369.
6. Pashentsev S.V. Neironnye seti kak instrument sovershenstvovaniya matematicheskoi modeli dvizheniya sudna [Neural networks as a tool for improving the mathematical model of ship motion] Vestnik MGTU. Trudy Murmanskogo Gosudarstvennogo Tekhnicheskogo Universiteta. 2023, no 4, pp. 472-488. (In Russ). DOI: https://doi.org/10.21443/1560-9278-2023-26-4-472-488.
7. Os'kin D.A., Bocharova V.V., Osipov S.V. Matematicheskie modeli dinamiki sudov, osnashchennykh vintorulevymi kolonkami [Mathematical models of dynamics of vessels equipped with power propellers] Vestnik Astrakhanskogo Gosudarstvennogo Tekhnicheskogo Universiteta. Seriya: upravlenie, vychislitel'naya tekhnika i informatika. 2023, no 3, pp. 124-132. (In Russ). DOI: https://doi.org/10.24143/2072-9502-2023-3-126-132.
8. Petrova A.M., Danilov K.N., Gams A.V.2, Bocharova V.V. Modelirovanie pryamolineinogo dvizheniya bezehkipazhnogo sudna [Simulation of the rectilinear movement of an unmanned vessel] Molodezh'. Nauka. Innovatsii. 2023, Tom 1, pp. 331-334. (In Russ).
9. Tikhonov V.I. Osnovy teorii dinamicheskoi sistemy sudno–zhidkost' [Fundamentals of the theory of the dynamic ship-liquid system]. N. Novgorod: FGOU VPO VGAVT, 2007. 262p. (In Russ).
10. Khvostov R.S. Metodika obrabotki teoreticheskogo chertezha dlya opredeleniya kharakteristik ehkvivalentnogo analoga sudovogo korpusa [Method of assessment theoretical drawing for determination characteristics of ship’s hull equivalent analog] Vestnik VGAVT. 2011, no 29, pp. 47-51. (In Russ).

11. Tikhonov V.I., Khvostov R.S. Ehkvivalentnyi analog sudovogo korpusa i ego kharakteristiki [Equivalent analog of ship's hull and its characteristics] Vestnik VGAVT. 2011, no 29, pp. 40-47. (In Russ).
12. Tikhonov V.I., Bazhankin YU.V., Osokin I.M., Mukhin A.V. Sposob otsenki poperechnykh usilii, razvivaemykh dvizhitel'no-rulevym kompleksom, po rezul'tatam tsirkulyatsionnykh ispytanii sudna [A method for estimating the transverse forces developed by the propulsion and steering system, based on the results of vessel circulation tests] Russian Journal of Water Transport. 2023, no. 77(4), pp. 252-263. (In Russ). DOI: https://doi.org/10.37890/jwt.vi77.440.
13. Bazhankin YU.V. Metod analiticheskogo opredeleniya skorosti sudna na ustanovivsheisya tsirkulyatsii [Method for analytic calculation of ships speed on its steady turn motion] Sovremennye problemy nauki i obrazovaniya. 2012, no 1. (In Russ).
14. Tikhonov V.I. Uravneniya neustanovivshegosya dvizheniya sudna na povorote reki [Equations of unsteady motion of the vessel at a river turn] Rechnoi transport (XXI vek). 2011, no 3(51), pp. 71-73. (In Russ).
15. Korn G., Korn T. Spravochnik po matematike dlya nauchnykh rabotnikov i inzhenerov [Handbook of mathematics for scientists and engineers]. M.: Nauka, 1973. 832p. (In Russ).

## ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ / IFORMATION ABOUT THE AUTHORS

**Тихонов Вадим Иванович,** д.т.н., профессор кафедры судовождения и безопасности судоходства, Волжский государственный университет водного транспорта (ФГБОУ ВО «ВГУВТ»), 603950, Нижний Новгород, ул. Нестерова, 5, email: vitnn12@mail.ru

**Vadim I. Tikhonov,** Dr. Sci. Tech, Professor of department of Navigation and safety of navigation, Volga State University of Water Transport, 603950, Nizhny Novgorod, Nesterova st., 5

**Бажанкин Юрий Владимирович,** к.т.н., доцент кафедры судовождения и безопасности судоходства, Волжский государственный университет водного транспорта (ФГБОУ ВО «ВГУВТ»), 603950, Нижний Новгород, ул. Нестерова, 5, email: seaman77@mail.ru

**Yuriy V. Bazhankin,** Ph. D. in Engineering Science, associate professor of department of Navigation and safety of navigation, Volga State University of Water Transport, 603950, Nizhny Novgorod, Nesterova st., 5

**Осокин Игорь Михайлович,** аспирант кафедры судовождения и безопасности судоходства, Волжский государственный университет водного транспорта (ФГБОУ ВО «ВГУВТ»), 603950, Нижний Новгород, ул. Нестерова, 5, email: abcd1055@mail.ru

**Igor M. Osokin,** post-graduation student of department of Navigation and safety of navigation, Volga State University of Water Transport, 603950, Nizhny Novgorod, Nesterova st., 5

**Лобанов Василий Алексеевич,** профессор кафедры судовождения и безопасности судоходства, доцент, д.т.н., кафедра судовождения и безопасности судоходства, Волжский государственный университет водного транспорта (ФГБОУ ВО «ВГУВТ»), 603950, Россия, Нижний Новгород, Нестерова 5, e-mail: lobbas@mail.ru

**Vasily A. Lobanov,** Professor of department of Navigation and safety of navigation, associate professor, Dr. Sci. Tech., department of Navigation and safety of navigation. Volga State University of Water Transport,603950, Russia, Nizhny Novgorod, Nesterova st., 5

Статья поступила в редакцию 30.03.2025; опубликована онлайн 20.06.2025.
Received 30.03.2025; published online 20.06.2025.